

# Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 101D 829

1. В трехмерном пространстве две прямые заданы векторными уравнениями  $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$  и  $\vec{r} = \vec{c} + t\vec{d}$ . Используя скалярные и векторные произведения векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ , найдите расстояние между этими прямыми.
2. Нужно найти произведение  $ABCDE$  пяти матриц размеров  $n \times 2, 2 \times n, n \times n, n \times 2, 2 \times n$ . Как это сделать, затратив лишь  $O(n^2)$  арифметических операций?
3. Докажите, что любой многочлен ненулевой степени над произвольным полем  $\mathbb{P}$  имеет корень в некотором расширении поля  $\mathbb{P}$ .
4. Докажите, что любой цикл длины  $k + 1$  можно представить в виде произведения  $k$  транспозиций и нельзя представить произведением меньшего числа транспозиций.